

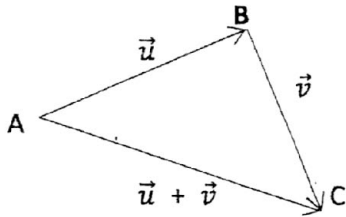
Objectifs :

- Savoir représenter et réduire une somme de vecteurs.
- Savoir calculer avec les coordonnées de vecteurs dans un repère.
- Comprendre la signification du produit d'un vecteur par un nombre.

1. Somme de deux vecteurs

a. Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.

On appelle somme des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u} + \vec{v}$, le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$



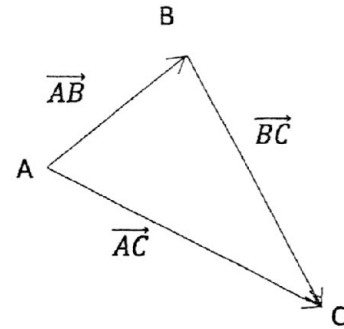
Un point A pour image B par la translation de vecteur $\vec{u}$
 B a pour image le point C par la translation de vecteur $\vec{v}$
 Par définition A a pour image C par la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

L'ordre n'a pas d'importance. Autrement dit : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

Une conséquence de la définition :

b. La relation de Chasles :

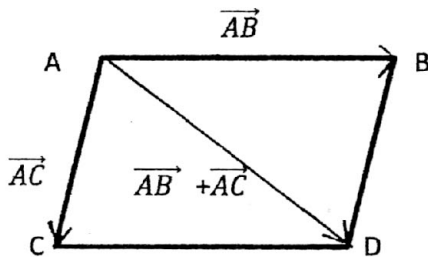
Quels que soient les points A, B et C du plan, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



c. Règle du parallélogramme

Quels que soient les points A, B et C du plan,

le quadrilatère ABDC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



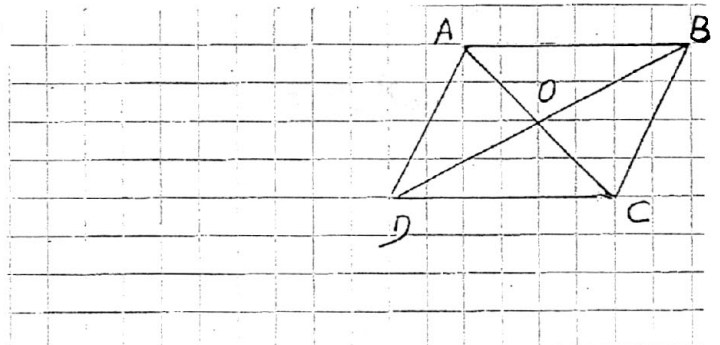
Exercice ABCD est un parallélogramme de centre O. Construire

E tel que $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

G tel que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$

H tel que $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$



2. Différence de deux vecteurs

a. Opposé d'un vecteur

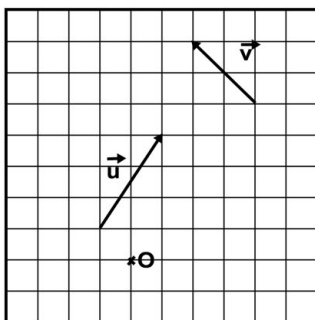
Quels que soient les points A, B et C, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.
 $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et est noté $-\overrightarrow{AB}$.
 $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

b. Différence de deux vecteurs

Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques.

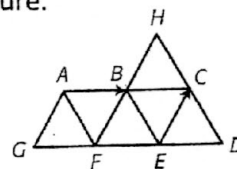
On appelle différence de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ le vecteur noté $\vec{u} - \vec{v}$ tel que $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.

Construction : Construire les point S et D tels que $\overrightarrow{OS} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{OD} = \vec{u} - \vec{v}$



Exercice 1 : Tous les triangles tracés sont équilatéraux. Compléter à l'aide de points de la figure.

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EC} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{FC} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{EG} = \dots\dots\dots$



Exercice 2 : A, B, C, G et I sont six points du plan.

Simplifier les expressions :

$\overrightarrow{GE} - \overrightarrow{IE} + \overrightarrow{CG} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{CG} = \dots\dots\dots$

Exercices conseillés : n° 69, 74 à 76 page 284 et 285 du livre.

Pensez également à consulter les exercices supplémentaires sur urbanmathproject.free.fr

3. Coordonnées d'un vecteur

a. Définition

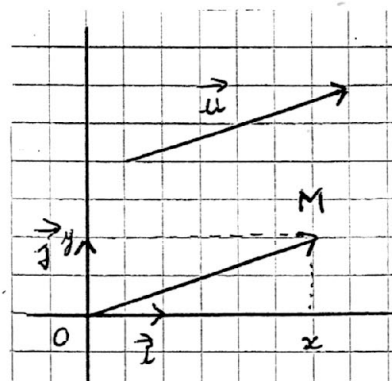
Soit le plan P rapporté à un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On pose $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$ le repère est alors noté le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Dans ce repère, soit $\vec{u}$ un vecteur quelconque.

Les coordonnées de $\vec{u}$ sont les coordonnées de l'unique point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$

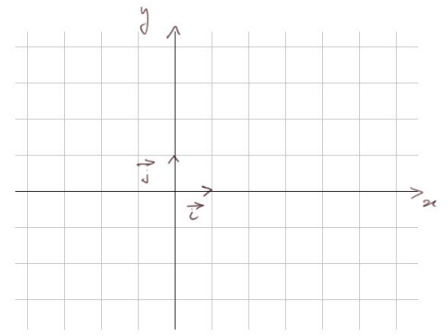
Si M a pour coordonnées $(x; y)$ alors $\vec{u}$ a pour coordonnées $(x; y)$ et on note : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$



b. Propriété : Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.



Exemple : Soit $A(2; -7)$; $B(-4; 2)$; $C(-1; -6)$ trois points dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$

c. Propriété

Dans un même repère deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées.

On note : $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont égaux si et seulement si $\begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

d. Coordonnées de la somme de deux vecteurs

Propriété

Dans un repère du plan, si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

Exercices conseillés : n° 17, 13 et 16 page 274 + n° 24 page 275 du livre.

Pensez également à consulter les exercices supplémentaires sur urbanmathproject.free.fr

e . Exercice

Dans le plan P rapporté au repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère $A(-3; 6)$ et $\vec{u}(5; -2)$.

- 1) Calculer les coordonnées de B image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$
- 2) Calculer les coordonnées de C image de A par la symétrie de centre B
- 3) Calculer les coordonnées de E tel que JABE soit un parallélogramme.
- 4) [BE] et [JC] se coupent en K. Que dire de K ? Le démontrer.

4) Produit d'un vecteur par un réel.

a. Définition

Soit k un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans un repère.

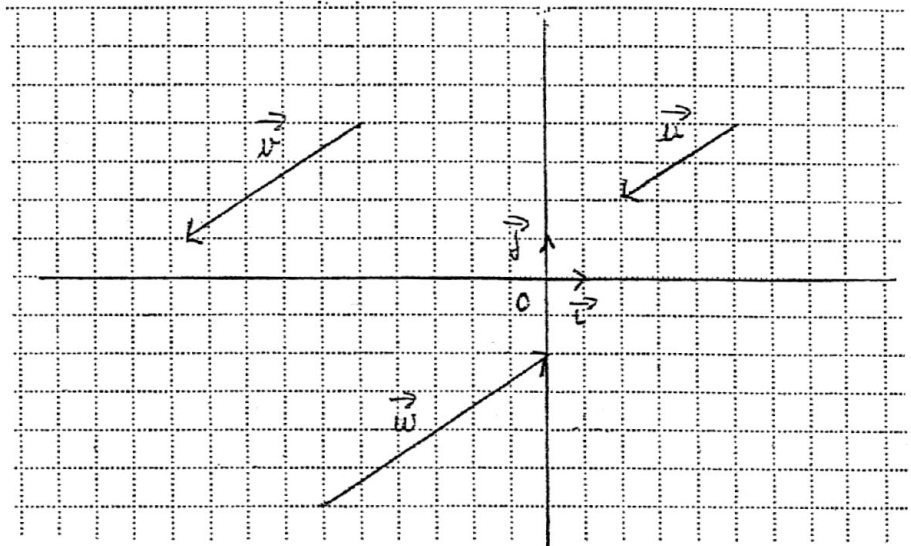
$k\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ dans le même repère.

Exemple : Sur la figure ci-contre

$$\vec{u} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Ainsi $\vec{v} = \dots\dots\dots \vec{u}$
 $\vec{w} = \dots\dots\dots \vec{u} = \dots\dots\dots \vec{v}$

Représenter $\vec{s} = -2\vec{u}$ et $\vec{t} = -\frac{1}{2}\vec{v}$



b. Propriétés

Si k et k' sont deux réels et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors :

$$(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$(kk')\vec{u} = k(k'\vec{u})$$

$$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$$

$$k\vec{u} = \vec{0} \text{ si et seulement si } k = 0 \text{ ou } \vec{u} = \vec{0}$$

Exemples : Simplifier les écritures suivantes.

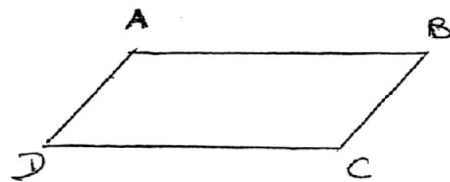
$$2\vec{u} - 5\vec{u} = \dots\dots\dots$$

$$5(\vec{u} - \vec{v}) = \dots\dots\dots$$

$$-3(2\vec{u}) = \dots\dots\dots$$

$$2(\vec{AB} + \vec{AD}) - \vec{AC} = \dots\dots\dots$$

$$3(\vec{AB} - 2\vec{AC}) - 2(\vec{AB} + \vec{AC}) = \dots\dots\dots$$



Exercice 1 : Dans un repère (O, I, J) , on considère les points $A(2; 1)$, $B(-2; 0)$ et $C(-1; 3)$.

a) Calculer les coordonnées du vecteur $2\vec{AB}$.

b) Calculer les coordonnées du point M tel que $\vec{AM} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$

Exercice 2 : ABC est un triangle .

Placer le point E tel que : $\vec{AE} = \frac{3}{2} \vec{AB}$

Placer le point F tel que : $\vec{BF} = -\frac{1}{2} \vec{BC}$

Placer le point K tel que : $\vec{AK} = \frac{1}{3} \vec{AC}$

Placer le point M tel que : $\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$

